Kuratorium Oświaty
w Szczecinie

Konkurs Matematyczny
dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2017/2018

Etap wojewódzki

Drogi Uczniu!

Gratulujemy osiągniętych wyników w etapie rejonowym.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. **Wpisz i zakoduj swój kod na karcie odpowiedzi do zadań zamkniętych oraz wpisz swój kod na karcie odpowiedzi do zadań otwartych,** zgodnie z poleceniem komisji konkursowej.
2. Masz do rozwiązania 14 zadań zamkniętych i 4 otwarte, punktacja za każde z tych zadań podana jest przy numerze zadania; odpowiedzi na zadania zamknięte udzielaj **w karcie odpowiedzi do zadań zamkniętych**, natomiast odpowiedzi na zadania otwarte udzielaj w **karcie odpowiedzi do zadań otwartych** w miejscach na to przeznaczonych.
3. Za rozwiązanie wszystkich zadań możesz otrzymać łącznie **32 punkty**.
4. **Nie wolno Ci używać KALKULATORA**.
5. Odpowiedzi udzielaj czarnym długopisem; nie używaj ołówka, gumki ani korektora.
6. Uważnie czytaj wszystkie polecenia.
7. Po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi.
8. Czas rozwiązywania zadań: **120 minut.**

Powodzenia!

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 punkt)

Wiadomo, że α i 2α są miarami dwóch kątów wewnętrznych trójkąta T. Dla każdego kąta α dwusieczna kąta o mierze 2α dzieli ten trójkąt na:

A. dwa trójkąty podobne
B. dwa trójkąty, z których jeden jest podobny do trójkąta T
C. dwa trójkąty równoramienne
D. dwa trójkąty prostokątne

Zadanie 2 (1 punkt)

W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami długości 5 ma miarę 120°. Zatem:

A. długość podstawy tego trójkąta jest liczbą niewymierną
B. długość podstawy tego trójkąta jest liczbą wymierną
C. pole powierzchni tego trójkąta jest liczbą całkowitą
D. pole powierzchni tego trójkąta jest liczbą wymierną

Zadanie 3 (1 punkt)

W trójkącie prostokątnym odległość punktu przecięcia środkowych od wierzchołka kąta prostego wynosi 4. Długość okręgu opisanego na tym trójkącie wynosi:

A. 16π
B. 12π
C. 8π
D. $4\sqrt{2}\pi$

Zadanie 4 (1 punkt)

Liczba a jest iloczynem 2018 początkowych liczb naturalnych dodatnich. Zatem liczba zer na końcu w zapisie dziesiętnym liczby a wynosi:

A. 403
B. 502
C. 201
D. 499

Zadanie 5 (1 punkt)

Pewna funkcja każdej liczbie całkowitej dodatniej przyporządkowuje cyfrę jedności jej kwadratu. Wówczas zbiór wartości tej funkcji jest:

A. sześcioelementowy
B. pięcioelementowy
C. czteroelementowy
D. nieskończony

BRUDNOPIS

Zadanie 6 (1 punkt)

Liczbę odwrotną do podwojonej liczby a powiększonej o 4 można zapisać jako:

A. $\frac{1}{2a+4}$, dla $a \neq -2$

B. $2 \cdot \frac{1}{a} + 4$, dla $a \neq 0$

C. $\frac{1}{2a} + 4$, dla $a \neq 0$

D. $2\left(\frac{1}{a} + 4\right)$, dla $a \neq 0$

Zadanie 7 (1 punkty)

Równaniem tożsamościowym jest równanie:

A. $2(x-2)-(4x-1)=3$

B. $\frac{x-3}{2} + \frac{2x-1}{3} = x$

C. $\frac{x+3}{4} - \frac{5-x}{6} = \frac{1}{3}(x-2)$

D. $(2x+1)^2 - 3(x+2) = x(4x+1) - 5$

Zadanie 8 (1 punkt)

Wszystkie krawędzie boczne pewnego ostrosłupa czworokątnego są tej samej długości. Zatem:

A. każdy taki ostrosłup jest prawidłowy

B. wszystkie ściany boczne każdego takiego ostrosłupa, są przystającymi trójkątami

C. na podstawie każdego takiego ostrosłupa można opisać okrąg

D. w podstawę każdego takiego ostrosłupa można wpisać okrąg

Zadanie 9 (1 punkt)

Wskaż wyrażenie, które <u>nie</u> przyjmuje wartości równej 1:

A. $\left(1-\sqrt{2}\right)^{2018} \cdot \left(1+\sqrt{2}\right)^{2018}$

B. $\left(\sqrt[3]{2}-1\right)^{2017} \cdot \left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1\right)^{2017}$

C. $\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)^{2019} \cdot \left(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}\right)^{2019}$

D. $\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}\right)^{2016} \cdot \left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}\right)^{2016}$

BRUDNOPIS

Zadanie 10 (1 punkt)

Przekątne trapezu o długościach e i f przecinają się pod kątem prostym. Zatem:

A. pole powierzchni tego trapezu jest większe od $\frac{ef}{2}$

B. pole powierzchni tego trapezu jest mniejsze od $\frac{ef}{2}$

C. pole powierzchni tego trapezu jest równe $\frac{ef}{2}$

D. pola powierzchni tego trapezu jest zawsze mniejsze od pól wszystkich możliwych trapezów o takich długościach przekątnych

Zadanie 11 (1 punkt)

W układzie XOY funkcja f określona wzorem $f(x)=\begin{cases} -3x-2 & \text{dla } x\in(-\infty;-1) \\ |x|-2 & \text{dla } x\in\langle -1;\infty) \end{cases}$

A. nie ma miejsc zerowych

B. ma dokładnie jedno miejsce zerowe

C. ma dokładnie dwa miejsca zerowe

D. ma dokładnie trzy miejsca zerowe

Zadanie 12 (1 punkt)

Niech x, y, z $(\text{gdzie } 0<x\le y<z)$ oznaczają długości boków trójkąta prostokątnego, r jest długością promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt oraz h jest długością wysokości opuszczonej na przeciwprostokątną . Prawdziwy jest związek:

A. $x-y>0$

B. $x^2+y^2+z^2\ge(x+y)^2$

C. $\frac{r}{h}\ge 0{,}5$

D. $\frac{r}{h}\le 0{,}4$

Zadanie 13. (1 punkt)

Wykresem równania $x=-2018$ w układzie XOY jest:

A. punkt

B. prosta równoległa do osi OX

C. prosta równoległa do osi OY

D. prosta przecinająca oś OX pod kątem o mierze 45°

BRUDNOPIS

Zadanie 14 (1 punkt)

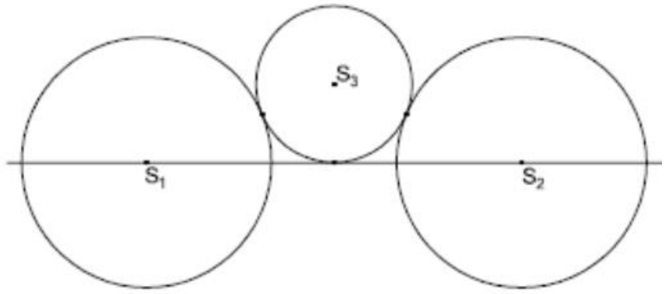
Dane są dwa okręgi o środkach w punktach S_1 i S_2 oraz promieniach długości 12 oraz okrąg o środku w punkcie S_3 i promieniu długości r. Okrąg o środku w punkcie S_3 jest styczny zewnętrznie do okręgów o środkach w punktach S_1 i S_2 i styczny do prostej przechodzącej przez punkty S_1 i S_2. Wiadomo, że $|S_1S_2| = 36$. Wówczas:

A. $r = 6$

B. $r = 5\sqrt{2}$

C. $r = 9$

D. $r = 7{,}5$



Zadania otwarte

Zadanie 15. (5 punktów)

W równoległoboku $ABCD$ punkt E jest środkiem boku AB oraz $|AB| = 2|BC|$. Wiadomo, że $|DE| = 2$ i $|\mathrm{CE}| = 4$.

a) Wykaż, że kąt CED jest kątem prostym.
b) Oblicz obwód równoległoboku, wynik przedstaw w najprostszej postaci.

Zadanie 16. (5 punktów)

O pewnej funkcji f w układzie XOY wiadomo, że:

1) jej zbiorem wartości jest przedział $\langle -3, 2)$
2) jej miejscami zerowymi są tylko dwie liczby: $-1,\ 3$
3) jest rosnąca tylko w przedziałach: $\langle -4; 2),\ \langle 3; 5\rangle$
4) $f(5) = 1$ i $f(-3) = -2$

Naszkicuj wykres takiej funkcji *f*, która spełnia warunki 1) i 2) i 3) i 4).

Zadanie 17 (4 punkty)

Dla kąta ostrego α prawdziwa jest równość: $4tg^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = 3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$. Wyznacz miarę kąta α. Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 18 (4 punkty)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n prawdziwa jest równość :

$$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2n}-\frac{1}{2n+4},$$

a następnie oblicz: $$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+...+\frac{1}{2017\cdot 2019}.$$

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS