Kuratorium Oświaty
w Szczecinie

Konkurs Matematyczny
dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2017/2018

Etap rejonowy

Drogi Uczniu!

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. **Zakoduj swoje dane na karcie odpowiedzi** zgodnie z poleceniem komisji konkursowej.
2. Masz do rozwiązania **24 zadania zamknięte**, za rozwiązanie których możesz otrzymać maksymalnie 24 punkty.
3. W zadaniach podane są cztery odpowiedzi, z których **tylko jedna jest poprawna**.
4. Odpowiedzi udzielaj tylko na załączonej **karcie odpowiedzi**.
5. Jeżeli pomylisz się, błędne oznaczenie otocz kółkiem i zaznacz nową, poprawną odpowiedź.
6. Jeśli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź bez wskazania, która jest prawidłowa, to żadna odpowiedź nie będzie uznana.
7. **Nie wolno Ci używać** KALKULATORA.
8. Na karcie odpowiedzi nie używaj ołówka, gumki ani korektora.
9. Uważnie czytaj wszystkie polecenia.
10. Po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi.
11. Czas rozwiązywania zadań **90 minut.**

Powodzenia!

Zadanie 1 (1 punkt)

Pusty basen napełniamy w ciągu 10 godzin, a pełny basen opróżniamy w ciągu 12 godzin. W ciągu ilu godzin napełnimy pusty basen przy otwartym odpływie?

A. 11

B. 22

C. 60

D. 120

Zadanie 2 (1 punkt)

Wartość wyrażenia $(2017-a)^2 \cdot (a-2018)$ jest nieujemna tylko dla a spełniających warunek:

A. $a > 2018$

B. $a \geq 2018$

C. $a = 2017$

D. $a = 2017$ lub $a \geq 2018$

Zadanie 3 (1punkt)

Liczba $2^{-2016} : 2^{2017} \cdot 2^{-2018}$ jest równa liczbie:

A. 2^{-2017}

B. 2^{-2019}

C. 2^{-6051}

D. 2^{2017}

Zadanie 4 (1punkt)

W układzie XOY funkcja liniowa o zmiennej niezależnej x opisana jest wzorem $y = a^2x - x + a + 1$. Funkcja ta jest stała:

A. tylko dla jednej wartości parametru a

B. dla dokładnie dwóch wartości parametru a

C. dla każdej wartości parametru a

D. tylko dla $a = -1$

Zadanie 5 (1 punkt)

Wiadomo, że $a = \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$. Odwrotność liczby a jest równa:

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

D. $-4\sqrt{2}$

BRUDNOPIS

Zadanie 6 (1 punkt)

W torebce są tylko cukierki o smaku owocowym, miętowym i karmelowym. Cukierków owocowych jest cztery razy więcej niż miętowych i o 6 więcej niż karmelowych. Prawdopodobieństwo wylosowania z torebki jednego cukierka karmelowego jest równe $\frac{7}{17}$.

Cukierków miętowych w torebce jest:

A. 12

B. 42

C. 48

D. 102

Zadanie 7 (1 punkt)

Dany jest czworokąt wypukły $KLMN$. Punkt P leży na boku KL, a punkt Q leży na boku MN. Suma miar kątów wypukłych KLM i PQM jest równa 180^o oraz suma miar kątów wypukłych KPQ i KNM jest równa 180^o. Zatem zawsze równoległe są odcinki:

A. KN i LM

B. KL i NM

C. PQ i KN

D. PQ i LM

Zadanie 8 (1 punkt)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E. Pole powierzchni trójkąta ABE jest równe 20, a pole powierzchni trójkąta CDE jest równe 5. Pole powierzchni trapezu $ABCD$ wynosi:

A. 35

B. 45

C. 50

D. 125

Zadanie 9 (1 punkt)

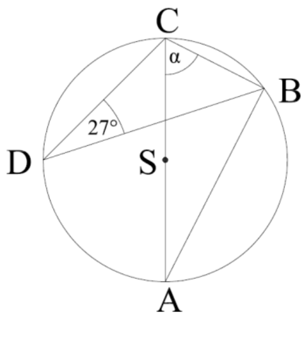
Na rysunku punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie S i średnicy AC. Kąt α ma miarę:

A. 63^o

B. 60^o

C. 30^o

D. 27^o



BRUDNOPIS

Zadanie 10 (1 punkt)

1) *Każdy równoległobok jest figurą środkowosymetryczną.*
2) *Istnieje równoległobok, w którym przekątne przecinają się pod kątem prostym.*
3) *W każdym równoległoboku przekątne zawierają się w dwusiecznych jego kątów wewnętrznych.*
4) *Istnieje równoległobok, który ma dokładnie cztery osie symetrii.*

Liczba wszystkich prawdziwych zdań spośród zdań *1)* i *2)* i *3)* i *4)* jest dokładnie równa:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Zadanie 11 (1 punkt)

Drut długości 24 podzielono na dwie części. Z części tych wykonano modele dwóch kwadratów, z których jeden ma pole cztery razy większe od drugiego. Zatem:

A. stosunek obwodów tych kwadratów wynosi 4 lub $\frac{1}{4}$.

B. obwód jednego z kwadratów wynosi 6

C. obwód jednego z kwadratów wynosi 16

D. obwód jednego z kwadratów wynosi 4,8

Zadanie 12 (1 punkt)

Reszta z dzielenia liczby 5^{2017} przez 6 wynosi:

A. 1
B. 2
C. 4
D. 5

Zadanie 13 (1 punkt)

W pewnym ostrosłupie liczba krawędzi od liczby ścian różni się o 12. Podstawą tego ostrosłupa jest:

A. dziesięciokąt
B. jedenastokąt
C. dwunastokąt
D. trzynastokąt

Zadanie 14 (1 punkt)

Równanie $||x-2017|-2018|=m$, dla $m=2016$:

A. nie ma rozwiązania
B. ma dokładnie dwa rozwiązania
C. ma dokładnie cztery rozwiązania
D. ma nieskończenie wiele rozwiązań

BRUDNOPIS

Zadanie 15 (1 punkt)

Wiadomo, że dla dowolnego kąta α zachodzi związek $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$. Wykorzystując tę zależność można stwierdzić, że $\sin 15^\circ$ ma wartość:

A. $\sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}}$

C. $\sqrt{\sqrt{3}-1}$

D. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{4}$

Zadanie 16 (1 punkt)

Dany jest trójkąt ostrokątny , którego dwa boki mają długości 6 i 8. Pole powierzchni tego trójkąta wynosi 12. Zatem miara kąta między danymi bokami w tym trójkącie wynosi:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Zadanie 17 (1 punkt)

W układzie XOY dana jest funkcja f, określona za pomocą zbioru uporządkowanych par $\left\{\left(x, \frac{1}{2}x\right) : x = 2k \text{ i } k \in C\right\}$. Wskaż zdanie <u>fałszywe</u>.

A. Funkcja f przyjmuje tylko całkowite wartości

B. Funkcja f jest funkcją rosnącą

C. Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe

D. Dziedziną funkcji f jest zbiór liczb rzeczywistych

Zadanie 18 (1 punkt)

W trójkąt równoramienny o podstawie długości 6 i ramieniu długości 5 wpisano okrąg. Zatem promień tego okręgu ma długość:

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

BRUDNOPIS

Zadanie 19 (1 punkt)

Dane są liczby $a = 2\sqrt{15} - \sqrt{3}$ i $b = 2\sqrt{5} + 3$. Suma kwadratów liczb a i b jest równa:

A. 92
B. 86
C. $92 + 24\sqrt{15}$
D. 68

Zadanie 20 (1 punkt)

Cyfry pewnej liczby trzycyfrowej są różnymi liczbami pierwszymi. Wszystkich takich liczb jest dokładnie:

A. 5
B. 24
C. 60
D. nieskończenie wiele

Zadanie 21 (1 punkt)

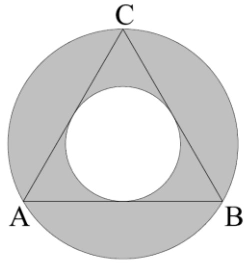
Długości krawędzi prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka są kolejnymi liczbami nieparzystymi. Suma długości wszystkich krawędzi w tym prostopadłościanie wynosi 60. Zatem:

A. pole powierzchni największej ściany tego prostopadłościanu wynosi 21
B. pole powierzchni największej ściany tego prostopadłościanu wynosi 60
C. pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest liczbą nieparzystą
D. pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu wynosi 142

Zadanie 22 (1 punkt)

Okręgi na rysunku obok są współśrodkowe, zaś trójkąt równoboczny *ABC* jest wpisany w większy okrąg i opisany na mniejszym okręgu. Pole powierzchni pierścienia kołowego ograniczonego przez te okręgi jest równe 9π. Wówczas:

A. pole powierzchni trójkąta *ABC* wynosi $18\sqrt{3}$
B. wysokość trójkąta *ABC* ma długość $6\sqrt{3}$
C. promień mniejszego z okręgów jest długości $\sqrt{3}$
D. promień większego z okręgów jest długości $3\sqrt{3}$



BRUDNOPIS

Zadanie 23 (1 punkt)

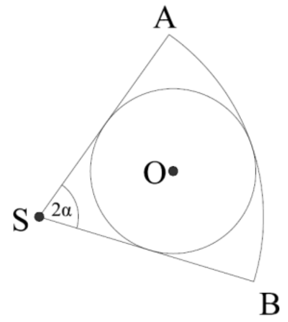
W wycinek koła o środku w punkcie S, promieniu długości R i kącie środkowym o mierze 2α wpisano okrąg o środku w punkcie O i promieniu długości r $(R > 2r > 0)$ (patrz rysunek). Cięciwa AB łącząca końce promieni ograniczających cięciwę jest długości $2a$. Dla każdego kąta ostrego α prawdziwy jest związek:

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{R}=\frac{1}{r}$

B. $\cos\alpha=\frac{r}{R-r}$

C. $\cos\alpha=\frac{a}{R}$

D. $\frac{1}{a}+\frac{1}{r}=\frac{1}{R}$



Zadanie 24 (1 punkt)

Liczba rzeczywista z jest największą liczbą o następującej własności: dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x i y takich, że $x+y=2$ prawdziwa jest nierówność $\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{y}\right)\geq z$. Zatem:

A. $z=13$

B. $z=4$

C. $z=3$

D. $z=1$

BRUDNOPIS