Kuratorium Oświaty w Szczecinie

Kod ucznia: ……………………………

Konkurs Matematyczny
dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2017/2018

Etap szkolny

Drogi Uczniu!

Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. Masz do rozwiązania **17** zadań. Punktacja za każde z zadań podana jest przy jego numerze.
2. Zadania **1 – 14** to zadania zamknięte. Każde zawiera **4 odpowiedzi**, z których **tylko jedna jest poprawna**. Znajdź ją i zaznacz krzyżykiem.
3. W przypadku pomyłki błędną odpowiedź obwiedź kółkiem i zaznacz nową, poprawną. Jeżeli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź bez wskazania, która jest prawidłowa, to żadna z nich nie będzie uznana.
4. **Zadania 15 - 17 to zadania otwarte.** Odpowiedzi na te zadania udzielaj wyłącznie w arkuszu testu.
5. Za rozwiązanie wszystkich zadań możesz otrzymać łącznie **24 punkty**.
6. Uważnie czytaj wszystkie polecenia.
7. Zapisz wszystkie istotne etapy rozwiązania każdego zadania.
8. Pisz tylko długopisem/piórem; nie używaj ołówka, gumki ani korektora.
9. W czasie rozwiązywania zadań możesz używać linijki i prostego kalkulatora.
10. Po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi.
11. Czas rozwiązywania zadań: **60 minut.**

Powodzenia!

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1 (1 punkt)

Funkcja f dana jest wzorem $f(x)=\sqrt{3}x-\frac{1}{2}$. Dla argumentu równego $\frac{\sqrt{3}}{2}$ wartość tej funkcji jest liczbą:

A. niewymierną
B. pierwszą
C. złożoną
D. naturalną

Zadanie 2 (1 punkt)

Cenę pewnego towaru podwyższono o 25%. O ile procent należy obniżyć podwyższoną cenę tego towaru, aby otrzymać cenę początkową?

A. o 20%
B. o 25%
C. o 75%
D. o 80%

Zadanie 3 (1 punkt)

Wartość wyrażenia $2019-2017+2015-2013+2011-2009+...+11-9+7-5+3-1$ jest równa:

A. 1010^2
B. 2020
C. 1010
D. 1008

Zadanie 4 (1 punkt)

Liczba $\frac{55555^2}{22222^2}$ jest:

A. większa od $\sqrt{2017}$
B. większa od 3^2
C. mniejsza od $\frac{5}{2}$
D. mniejsza od 10

BRUDNOPIS

Zadanie 5 (1 punkt)

Dana jest uporządkowana para liczb całkowitych dodatnich (a,b). Suma liczb a i b jest równa 117, a ich największy wspólny dzielnik wynosi 13. Wszystkich takich uporządkowanych par jest dokładnie:

A. pięć
B. sześć
C. siedem
D. osiem

Zadanie 6 (1 punkt)

Dla wszystkich liczb dodatnich a i b fałszywa jest równość:

A. $\sqrt{a^2 \cdot b^2} = a \cdot b$
B. $\sqrt[3]{a^3 \cdot b^3} = a \cdot b$
C. $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$
D. $\sqrt{(a+b)^2} = a + b$

Zadanie 7 (1 punkt)

Liczba $5^{2017} - 1$:

A. jest nieparzysta
B. nie jest podzielna przez 4
C. jest podzielna przez 3
D. jest wymierna

Zadanie 8 (1 punkt)

Dłuższa przekątna rombu o kącie ostrym o mierze 60° jest równa x $(x > 0)$. Pole powierzchni tego rombu jest równe:

A. $\frac{2x^2\sqrt{3}}{3}$
B. $\frac{x^2\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$
D. $\frac{x^2\sqrt{3}}{6}$

Zadanie 9 (1 punkt)

Jeżeli długość każdej krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego zwiększymy trzykrotnie i długość wysokości ostrosłupa opuszczonej na podstawę zmniejszymy trzykrotnie, to objętość tego ostrosłupa:

A. nie zmieni się
B. zmaleje trzykrotnie
C. wzrośnie trzykrotnie
D. wzrośnie dziewięciokrotnie

BRUDNOPIS

Zadanie 10 (1 punkt)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ (patrz rysunek) o podstawach AB i CD odcinek CE długości 6 jest wysokością, a długość odcinka AE jest równa 20. Zatem:

A. pole powierzchni tego trapezu jest równe 60
B. pole powierzchni tego trapezu jest równe 78
C. pole powierzchni tego trapezu jest równe 120
D. pola powierzchni tego trapezu nie można obliczyć

Zadanie 11 (1 punkt)

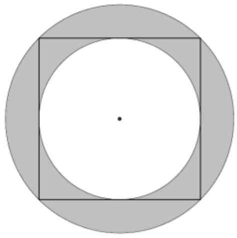
Liczba b jest liczbą przeciwną do liczby a oraz liczba c jest liczbą odwrotną do liczby b. Dla różnych od zera liczb a, b, c prawdziwy jest związek:

A. $b + c = 0$
B. $b : c = a^2$
C. $b \cdot c = -1$
D. $c : b = a^2$

Zadanie 12 (1 punkt)

Na kwadracie opisano okrąg i w kwadrat wpisano okrąg. Pole powierzchni powstałego pierścienia kołowego jest równe 9π (patrz rysunek). Obwód tego kwadratu jest równy:

A. 12
B. $8\sqrt{3}$
C. $12\sqrt{2}$
D. 24



Zadanie 13 (1 punkt)

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy długości $3a$ i wysokości długości $(a-1)$, gdzie $a > 1$, jest równe:

A. $18a^2 - 1$
B. $30a^2 - 12a$
C. $18a^2 - 12a$
D. $30a^2 - 1$

Zadanie 14 (1 punkt)

Ela upiekła ciasto i podzieliła je na 12 jednakowych kawałków. Gdyby podzieliła ciasto na 9 jednakowych kawałków, to każdy kawałek ważyłby o $5\,dag$ więcej. Ile waży całe ciasto?

A. $1{,}35\,kg$
B. $1{,}8\,kg$
C. $2{,}4\,kg$
D. $18\,dag$

BRUDNOPIS

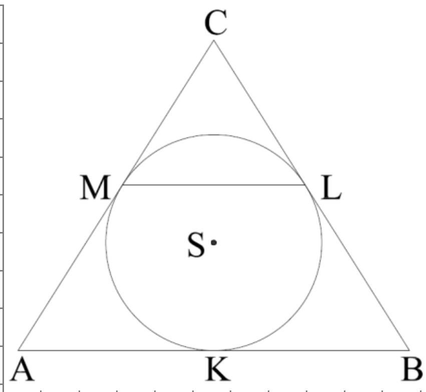
ZADANIA OTWARTE

Zadanie 15 (2 punkty)

Wykaż, że liczba $\frac{3^{2014}+3^{2015}+3^{2016}+3^{2017}+3^{2018}}{3^{2014}}$ jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 16 (3 punkty)

Na rysunku okrąg o środku w punkcie S jest wpisany w trójkąt ABC. Boki AB, BC, AC są styczne do tego okręgu odpowiednio w punktach K, L, M. Wiadomo, że $|MC| = 7$, $|AK| = |BL| = 8$. Oblicz obwód trójkąta MLC. Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 17 (5 punktów)

Dany jest trójkąt ABC o wierzchołkach: $A=(3,-1)$, $B=(-2,-6)$, $C=(0,0)$.

a) Oblicz długości boków trójkąta ABC.
b) Wykaż, że trójkąt j ABC jest prostokątny.
c) Oblicz długość najkrótszej wysokości trójkąta ABC.