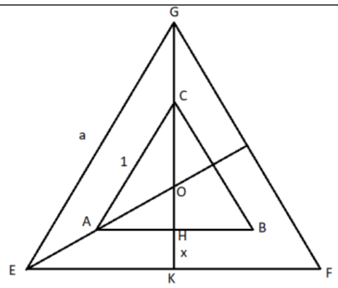
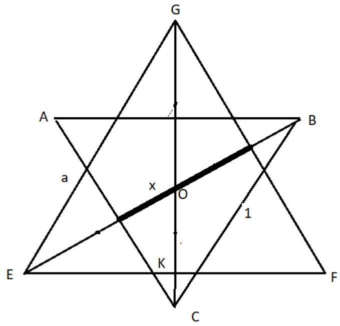
Kuratorium Oświaty w Szczecinie

Konkurs Matematyczny
dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2018/2019
Etap wojewódzki

Klucz odpowiedzi

Nr zadania	Poprawna odpowiedź	Liczba punktów za zadanie
1.	D	1
2.	C	1
3.	B	1
4.	D	1
5.	D	1
6.	Skorzystanie ze wzoru skróconego mnożenia na różnicę kwadratów i zapisanie wyrażenia: $2000001^2 - 1999999^2$ w postaci: (2000001-1999999)(2000001+1999999)	1
	Obliczenie różnicy i sumy wyrażeń w nawiasach: $2 \cdot 4000000$	1
	Podanie wyniku: 8 000 000	1
7.	Zapisanie wyrażenia w postaci: $2017^{2016}(2017^2 + 4 \cdot 2017 + 4)$	1
	Zauważenie, że wyrażenie w nawiasie to kwadrat sumy i zapisanie wyrażenia w postaci: $2017^{2016}(2017 + 2)^2$	1
	Zapisanie wyrażenia w postaci: $2017^2 \cdot 2019^2$ i uzasadnienie, że wyrażenie jest iloczynem liczb, z których co najmniej jedna to 2019, zatem dzieli się przez 2019 (lub inne równoważne)	1
8.	Zapisanie wzoru małej kuli: $V_m = \frac{4}{3}\pi r^3$ lub $V_m = \frac{1}{2}V$	1
	Zapisanie równania w postaci: $$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2}V$$ lub innego równoważnego	1
	Wyznaczenie ze wzoru promienia r: $$r = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}}$$	1
	Obliczenie pola jednej małej kuli $P_1 = \pi\sqrt[3]{\frac{9V^2}{\pi^2}}$	1
	Obliczenie sumy pól małych kul: $$P = 2\pi\sqrt[3]{\frac{9V^2}{\pi^2}}$$	1

	Uwaga. Jeżeli uczeń rozwiąże zadanie poprawnie inną, właściwą metodą i otrzyma prawidłowy wynik, to otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.	
9.	Pomnożenie równania przez wspólny mianownik i przekształcenie go do postaci: $x + y + 1 = xy$	1
	Przekształcenie otrzymanego równania do postaci: $xy - x - y + 1 = 2$ i zapisanie go w postaci iloczynowej: $(x - 1)(y - 1) = 2$	2
	Zapisanie odpowiednich równań dla rozwiązań naturalnych dodatnich: $x - 1 = 1$ i $y - 1 = 2$ lub $x - 1 = 2$ i $y - 1 = 1$	1
	Podanie rozwiązania $x = 2$ i $y = 3$ lub $x = 3$ i $y = 2$ Uwaga. Jeżeli uczeń rozwiąże zadanie poprawnie inną, właściwą metodą i otrzyma prawidłowy wynik, to otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.	1
10.	Zapisanie funkcji w postaci: $f(x) = ax + b$. Skąd po podstawieniu mamy: $(a + b) + (2a + b) + (3a + b) =15$ i $(4a + b) + (5a + b) + (6a + b) = 42$.	2
	Rozwiązanie otrzymanego układu: $a = 3$ i $b = -1$ I zapisanie wzoru funkcji: $f(x) = 3x - 1$.	1
	Obliczenie wartości wyrażenia $f(7) + f(8) + f(e) =20 +23 + 26 = 69$	1
11.	Zapisanie wyrażeń równych liczbom a i b w postaci: $a = 5k + 2$ $b = 5m + 3$, gdzie $k \in N$ $m \in N$	2
	Obliczenie iloczynu liczb a i b: $a \cdot b = (5k + 2) \cdot (5m + 3) =$ $= 25km + 15k + 10m + 6 =$	1
	i zapisanie w postaci: $5(5km + 3k + 2m + 1) + 1$ gdzie reszta wynosi 1	1
	Uwaga! Jeżeli uczeń rozwiąże zadanie, przyjmując za a oraz b konkretne, dwie różne liczby naturalne, to uzyskuje za to zadanie **0 punktów**. Jeżeli rozwiąże zadanie inną prawidłową metodą, to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.	

12.	Wykonanie jednego z rysunków i wprowadzenie oznaczeń, np.: x – szukana odległość   oraz obliczenie pola mniejszego trójkąta: $P_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ oraz pola większego trójkąta: $P_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	Wyznaczenie długości boku a: $a = \sqrt{2}$	1
	Obliczenie wysokości obu trójkątów: $h_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ oraz $h_2 = \frac{\sqrt{6}}{2}$	1
	Obliczenie szukanej długości x: $x = \frac{1}{3}h_2 - \frac{1}{3}h_1 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6}$ lub $x = \frac{1}{3}h_2 + \frac{1}{3}h_1 = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{6}$	1
13.	Np. x – koszt ogrzewania domu zapisanie kosztów ogrzewania po usprawnieniach: $$45\%75\%80\%x =$$ lub zapisanie innego równoważnego wyrażenia.	1
	Obliczenie wartości wyrażenia: 27%x	1
	Obliczenie wyniku końcowego: $$\frac{x - 0{,}27x}{x} = \frac{73\%x}{x} = 73\%$$ Odp. Wydatki na ogrzewanie domu zmniejszyły się łącznie o 73%	1
Suma punktów:		36